



TITLE:

記憶する塑性体の巨視的理論(<特集>「塑性という名の動的機構」)

AUTHOR(S):

大信田, 丈志

CITATION:

大信田, 丈志. 記憶する塑性体の巨視的理論(<特集>「塑性という名の動的機構」). 物性研究 2007, 88(3): 352-359

ISSUE DATE:

2007-06-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/110840>

RIGHT:

記憶する塑性体の巨視的理論

鳥取大学 工学部 大信田 丈志*

1 はじめに

ある種のペーストの乾燥破壊における力学的な記憶効果 [1, 2] が中原氏らによって発見され、注目を集めている。炭酸カルシウムと水を混ぜてペーストを作り、浅い容器に入れて放置乾燥させると、ペーストが収縮し、表面に亀裂 (ひび割れ) のパターンが生じる。基本的には亀裂のパターンは等方的なのだが、中原氏らは、乾燥が始まる前にペーストを揺ると、亀裂パターンに顕著な異方性が生じるということを発見した。ペーストを揺すってから亀裂が生じるまでの時間は、振動そのものの周期や継続時間に比べると桁違いに大きい。さらに、この記憶効果は、蒸発を途中で止めた状態でペーストを1ヶ月にわたって放置しても失われなかったという。

中原氏らは、粉と水の比率や振動の強さを系統的に変えて実験をおこない、記憶効果には塑性が本質的であることを明らかにした。また、割れ方に異方性が生じるその生じ方については、粉の種類や条件によって2つのタイプがあることも分かった。ひとつのタイプは振動方向に垂直に割れるというものであり、もうひとつのタイプは、振動によって生じた流れの方向に平行に割れるというものである。両者を区別する名前が必要なので、ここでは前者を「第1種 Nakahara 効果」、後者を「第2種 Nakahara 効果」と呼ぶことにする (中原氏らは「揺れの記憶」「流れの記憶」という名称を用いている)。

さて、これらの記憶効果のメカニズムはどういうものだろうか。ミクロなレベルで何が起きているのかを直接示すデータはまだ得られていない。第2種 Nakahara 効果は扁平な粒子からなるペーストで生じるので、これについては粒子の配向が関与している可能性がある。第1種 Nakahara 効果も何らかの微視的な構造変化によるものかもしれないが、今のところ、確実な実験的証拠はないように思われる。

もしかすると、マクロなモデルで第1種 Nakahara 効果を説明できる可能性はないだろうか？ 力学的記憶を担うマクロな量の候補として、弾塑性体の内部歪みあるいは内部応力が考えられる。内部応力とは、外からの支えがなくても系の内部に存在できる応力のことである。なぜ応力に着目するかというと、第1に塑性は降伏応力によって特徴づけられるため、降伏応力以下の応力であればいつまでも系の内部に残留できることになるからであり、第2に応力は運動量という保存量の流れであるためにマクロな記述に適した変数であるということによる。さらに、系の内部に応力が残留するならば見かけの割れやすさが変化することになり、Nakahara 効果の説明になり得る。

古典的な弾性力学 [3] の立場から、等方的な弾性体の応力および内部歪みについて簡単に見ておこう。Hooke の法則が成立するものとすれば、応力 $\sigma (= -P)$ は歪み e によって

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}e_{kl} = Ke_{kk}\delta_{ij} + 2G\left(e_{ij} - \frac{1}{3}e_{kk}\delta_{ij}\right) \quad (1)$$

のように書ける。ここで K は体積弾性率、 G は剪断弾性率である。通常は、応力ゼロの初期状態の存在を仮定するので、弾性体の個々の点 (要素) に対して初期状態からの変位が定義され、歪みは

*E-mail: ooshida@damp.tottori-u.ac.jp

変位の勾配で書ける。簡単化のために微小変形の場合を考え、位置 (x, y, z) での変位を (X, Y, Z) とすると、歪みテンソル e は

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial X_i}{\partial x_j} + \frac{\partial X_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

のように書ける。ここで式 (2) が勾配で書けるのは歪みゼロの初期状態の成立を前提としていることを強調しておく。このことについては逆もほぼ正しく (微小変形に限定すれば完全に正しい)、歪みが変位の勾配で書けるならば、外力を取り除いたあとの応力状態は基本的に応力ゼロに戻る¹。ところで残留応力というのは外力なしで残る応力のことを言うのだから、それは式 (2) のような勾配の形では書けない歪みを意味する。これを扱う素直な方法は、歪みが

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial X_i}{\partial x_j} + \frac{\partial X_j}{\partial x_i} \right) = e_{ij} + \varepsilon_{ij}^* \quad (3)$$

のように e および ε^* という 2 つの部分に分けられると考え、このうち e だけが Hooke の法則を通じて応力と結びつくことである。弾性体にとっては ε^* は弾性変形以外の何か別の原因 (塑性変形とか介在物の存在とか) によって持ち込まれた歪みであり、文献 [4] によると、これを eigen 歪み (eigenstrain) という。固体の弾塑性の分野では式 (3) またはこれに相当するものを弾塑性分解と称し、 e が弾性ひずみ、 ε^* が塑性ひずみである。

さて Nakahara 効果を説明するために必要なのは、ペーストを揺ることによって内部応力が作り出される過程を記述し説明することである。式 (3) に即して言えば、eigen 歪み ε^* の生成という動的過程に焦点を合わせる必要がある。これをペーストに対しておこなう方法は自明ではない。ペーストではなく金属の塑性であるなら、動的過程へのアプローチは、微視的な素過程である転位のダイナミクス [4] を通じて考えるべきであるが、ペーストの場合は素過程がはっきりしない。むりやり微視的な転位を定義するのが得策とは思えないし、定義したところで「転位」の動的挙動が分かるわけではない。他方、マクロなレオロジーの立場から言えば、構成関係式はペーストの動的な挙動の情報を含んでいる。したがって、微視的機構に踏み込まなくても、構成関係式に含まれる情報だけで「eigen 歪み」の動的挙動を限定できるのではないだろうか。そこで、本稿では、ある構成関係式に厳密に従う、理想化された弾塑性体を考え、巨視的記述の枠内で「eigen 歪み」の生成過程および維持機構を定式化する。そのための予備知識として、まず、転位論とその巨視的理論について簡単に紹介する。次に、非一様な外力を受ける弾塑性体について、巨視的記述の範囲内で転位論と同じ内容を再構築できるような筋書きを明らかにする。最後にこの筋書きを利用して、有限変形の弾性論を含むようなペーストのモデルを構築し、一様な外力による剪断流から張力が発生する可能性を示す。

2 転位論

金属の塑性の微視的な素過程は転位の移動である。転位というのは結晶における線欠陥の一種であって、その概念図を図 1 に示す。図の上から中心部分に向かって縦方向の点線で示している部分があり、これが途中で途切れている。この点線が終わる部分にトポロジカルな線欠陥が存在することになる。

転位の全くない結晶を塑性変形させるのは、多くの結合をいちどにつなぎかえることになって大変である。しかし、図 1 のような格子欠陥が存在すれば、この格子欠陥を横方向に移動させる

¹大変形の場合はポテンシャルの極小に落ち込んで戻ってこないこともあるが、極小から脱出させればもとに戻る。

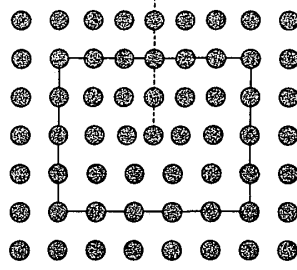


図 1: 転位の概念図。上半分の点線で示された部分が存在するために格子に不整合が生じており、その不整合は紙面に垂直な線状の格子欠陥になると考えられる。細い実線は Burgers ベクトルを計算するための閉曲線の例。

過程により、同時に壊される結合の数を最低限に抑えながら変形を進行させることが可能となる。これが金属の塑性変形の素過程である。

転位は、周囲の応力場の源泉項となるという意味で、電磁気学における電荷や流体力学における渦糸に似ている。さらに、電荷が大きさや符号で特徴づけられ、渦糸が循環で特徴づけられるように、転位は Burgers ベクトルというもので特徴づけられる。Burgers ベクトルを定義するには、結晶のなかに適当な閉曲線 C をとり、それに対応する曲線 C' を完全結晶中に描く。閉曲線をとおり転位があるなら、完全結晶中に写像された曲線は閉曲線とならず、始点と終点にずれを生じる。このずれを Burgers ベクトルとする。

上記の定義から明らかなように、Burgers ベクトルは結晶格子によって離散化された値をもつが、電磁気の場合と同じように転位の連続分布の理論を作ることができる [4, 3]。考えている結晶中のループ C を構成する 1 ステップをたとえば AB とし、これを完全結晶中での対応するステップ $A'B'$ と比較したとき、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} + \delta \mathbf{X}^P$ のように $\delta \mathbf{X}^P$ だけの差があったとしよう。Burgers ベクトル \mathbf{b} は、この差を線積分したものにほかならない:

$$\mathbf{b} = - \sum_C \delta \mathbf{X}^P. \quad (4)$$

さらに、ループを複数の Burgers ベクトルがつらぬいている場合、式 (4) はそれらの Burgers ベクトルの合計を与える。この合計を \mathbf{B} としよう。さらに、文献 [4] の §12 に従って連続的な場 β^* を導入し、 $\delta X_i^P = \beta_{ij}^* dx_j$ と書けるものとする (β^* を塑性変形勾配という)。これを用いると、ループを貫く転位の Burgers ベクトルの合計は

$$B_i = - \oint \beta_{ij}^* dr = - \int \epsilon_{jkl} \frac{\partial \beta_{ij}^*}{\partial x_l} n_k dS \quad (5)$$

のように書ける。右辺の被積分関数は転位密度テンソルと呼ばれている。

次に、弾塑性分解 (3) に対応する形で

$$\frac{\partial X_i}{\partial x_j} = \beta_{ij}^e + \beta_{ij}^* \quad (6)$$

のように書いてみる [4]。ここで β^e の対称部分が \mathbf{e} を与え、 β^* の対称部分が eigen 歪み ϵ^* を与える。Burgers ベクトルは、 β^e を用いて

$$B_i = \int \epsilon_{jkl} \frac{\partial \beta_{ij}^e}{\partial x_l} n_k dS \quad (7)$$

のように書ける。つまり、転位密度は β^e の rot で与えられることが分かる。

さて β^e はその対称部分が式 (1) を満たすという意味で変形勾配の弾性部分を示すと見る事ができるが、応力テンソルそのものに比例するわけではなく、反対称部分だけの不定性を含んでいる。この不定性を除くためには、 β^e の両方の脚に対して rot をとればよい。こうして得られる対称テンソルが、Eshelby の不整合テンソル [5] である。すなわち、Eshelby の不整合テンソルは弾性歪み e の 2 階微分で与えられ、これがゼロと異なるならば内部応力が存在する。さらに、電磁気学における Coulomb の法則や Biot-Savart の法則と同じように、Eshelby の不整合テンソルを源泉項として内部応力を与える式が導かれている。微分幾何学の観点からは、Eshelby の不整合テンソルは、eigen ひずみに相当する計量 (自然計量) に対する Riemann 曲率を与える。

以上のように、結晶の塑性を具体的な対象として、ミクロな Burgers ベクトルの定義からマクロな転位理論を構築できる。ただし、この過程で動的な記述が置き去りにされている。確かに転位の運動はミクロ側で記述すべきことであるし、実際にそれが可能であれば、応力と転位を関係づけるのはスナップショット的な記述で十分であろう。しかし、既に説明したとおり、本稿で目指すのはマクロ側の情報だけに基づく動的記述である。以下では、Bingham 的な塑性モデルを用いて、転位の連続理論の動的なバージョンに相当するものを構築する。

3 弾塑性体における応力過度の発生

動的記述のための出発点として、最も簡単な塑性的構成関係式のひとつである Bingham 塑性を採用する。Bingham 塑性体の定常流では

$$\eta_p \dot{\gamma} = \begin{cases} 0 & (|\sigma| < \sigma_Y) \\ \sigma - (\text{sgn } \sigma) \sigma_Y & (|\sigma| > \sigma_Y) \end{cases} \quad (8)$$

が成立し、実効的な粘性係数 $\sigma/\dot{\gamma}$ は無限大から η_p まで変化する。

残留応力を扱うためには系の弾性的な側面を考慮する必要がある。また、系の非定常な挙動を扱うためにも弾性は考慮しなくてはならない。弾性を含めることにより、系は粘弾性的な緩和時間 τ をもつことになり、塑性は緩和時間が有限と無限の間に切り替わる現象として再定式化される。剪断弾性率 (剛性率) G を用いて、剪断応力の大きさを無次元歪みエネルギー $\varepsilon \sim (\sigma/G)^2$ であらわし、緩和時間は ε によって無限から有限へ切り替わるとすれば塑性が表現できる。特に、Bingham 塑性 (8) と一致させるには、 $\tau_0 = \eta_p/G$, $\varepsilon_Y = (\sigma_Y/G)^2$ として、

$$\tau^{-1} = \eta_p^{-1} \max \left(0, G - \frac{\sigma_Y}{\sqrt{\varepsilon}} \right) = \tau_0^{-1} \max \left(0, 1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_Y}{\varepsilon}} \right) \quad (9)$$

とすればよい。

次に空間的な設定を特定しよう。あまり一般的だと解析が大変なので、変位は x 方向に限定し、

$$X = X(t, y, z), \quad Y = Z = 0 \quad (10)$$

とする。速度は $\mathbf{v} = U \mathbf{e}_x$, $U = \partial_t X$ で与えられる。線形歪み理論の範囲内に限定し、歪みテンソルを求めると、実質的に $\text{grad } X$ と同等な 2 成分のみが出てくる。偏応力テンソルについても 2 成分のみを考えればよく、これを $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_y, \sigma_z)$ という 2 次元ベクトルであらわすことにすると、運動方程式 (運動量の式) は

$$\rho \frac{dU}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \quad (11)$$

のように書ける。構成関係式は Maxwell 型で

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \tau^{-1} \sigma = G \text{grad } U \quad (12)$$

とし、塑性は緩和時間 τ を通じて

$$\tau^{-1} = \nu(|\sigma|) = \begin{cases} 0 & (|\sigma| < \sigma_Y) \\ \tau_0^{-1} \left(1 - \frac{\sigma_Y}{|\sigma|}\right) & (|\sigma| > \sigma_Y) \end{cases} \quad (13)$$

のように表現する。ある領域で $|\sigma| < \sigma_Y$ ならば、その領域では $\tau = \infty$ となることに注意しておこう。以下ではこれを「凍結」という用語で呼ぶことにする。

式 (11) および式 (12) で $\tau^{-1} = 0$ としたものは、変数を適当に読み替えると、ちょうど 2 次元の圧縮性流体の方程式を線形化したものに対応する。圧縮性流体での音波 (縦波) に対応して、ここでのモデルでは弾性波 (横波) が存在する。流体における渦度方程式に対応するものを求めるため、応力渦度を

$$\omega = \nabla \times \sigma = \frac{\partial \sigma_z}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial z} \quad (14)$$

によって定義し、 ω の時間変化を求める。結果は

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\nabla \times (\tau^{-1} \sigma) = -\text{div } \mathbf{J} \quad (15)$$

となり、降伏応力以下の領域では ω は凍結される。応力渦度 ω は応力 σ の源泉項となるので、このとき応力も残留することが分かる。また、もし $|\sigma| > \sigma_Y$ なら、 ω は時間変化し得ることになるが、式 (15) により ω は保存量なので、 ω の時間変化は、境界からの流入や流出、および領域内での対生成や対消滅によることが分かる。非一様な外力を与えて具体的に数値計算を実行すると、確かに有限な応力渦度が系の内部に残留することが示される [6]。

式 (14) で与えられる応力渦度 ω は、転位論でいう螺旋転位の密度に相当する。しかし式 (15) の導出では、この微視的な描像を表立って使用していないことに注意しておこう。つまり巨視的な記述だけで理論が閉じている。

構成関係式 (12) については、転位の連続理論を参考にして、eigen ひずみに相当するものがあらわになるような形に書き直しておくのが便利である：

$$\sigma = G (\text{grad } X - \beta) \quad (16)$$

$$\partial_t \beta = \tau^{-1} (\text{grad } X - \beta) = \tau^{-1} G^{-1} \sigma \quad (17)$$

こう書くと β が凍結量であることがはっきりする。この式の内容を Maxwell モデルの言葉で言い直すと、ダッシュポット部分をバネの自然長 x^{\natural} に押し込めて ($\natural = \text{"natural"}$)、張力 T と全長 (両端間の距離) x の関係を

$$T = \kappa (x - x^{\natural}) \quad (18)$$

$$\left(1 + \tau \frac{d}{dt}\right) x^{\natural} = x \quad (19)$$

のようにあらわすことに相当する。

4 一様な外力を受ける非線形弾塑性体：張力の発生

前の章の枠組みを利用して、第1種 Nakahara 効果を説明するような、ペーストの巨視的理論を構築しよう [7]。ここで、流体力学的記述の方法として、いわゆる Lagrange 描像を採用する。その理由は、第1に Lagrange 記述が凍結量の存在を表現するのに適していること、第2に直流成分または低振動数の成分をもつ剪断流では、たとえ変形速度が小さくても変形は微小とは限らず、したがって幾何学的非線形性を考慮する必要があることによる。記法を固定するため、前の章での運動学的設定を Lagrange 変数 ξ で書き直したものを示すと

$$\xi = (\xi, \eta, \zeta) \mapsto \mathbf{r} = (x, y, z) = (\xi + X(t, \eta, \zeta), \eta, \zeta) \quad (20)$$

のようになる。隣接する2点間の相対位置ベクトルは

$$d\mathbf{r} = (\partial_i \mathbf{r}) d\xi^i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d\xi + \begin{bmatrix} \partial_\eta X \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\eta + \begin{bmatrix} \partial_\zeta X \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} d\zeta \quad (21)$$

で与えられ、当然 $\{\partial_i \mathbf{r}\}$ は線形独立であるので、ベクトルをあらわす際の基底として用いることができる。特に、速度を $\mathbf{v} = \partial_t \mathbf{r} = v^i \partial_i \mathbf{r}$ のようにあらわす (∂_t は Lagrange 微分を示すものとする)。

微小要素間の Euclid 距離を ds とすると、Euclid 計量テンソルは

$$ds^2 = |d\mathbf{r}|^2 = g_{ij} d\xi^i d\xi^j, \quad g_{ij} = (\partial_i \mathbf{r}) \cdot (\partial_j \mathbf{r}) \quad (22)$$

と書ける。微小変形近似のもとでは $g_{ij} = \delta_{ij} + 2e_{ij}$ であり、前の章では実際にそのように仮定したのだが、この章では変形を微小と仮定しない。

ここで、いわゆる「自然計量テンソル」を導入し、微小部分がその時点でもつ「自然な形」を示すことにする：

$$(ds^h)^2 = g_{ij}^h d\xi^i d\xi^j. \quad (23)$$

直感的にはバネの自然長のようなものだと考えればよい。さらに、密度を一定と仮定し、 $\det g = \det g^h = 1$ とする。

系の幾何学的設定として、厚さが一様なペーストの層を考え、このペーストは既知の体積力を受けているものとする。運動方程式は

$$\rho \partial_t (v^i \partial_i \mathbf{r}) = (-\nabla_j P^{ij} + F^i) \partial_i \mathbf{r} \quad (24)$$

となり、ここで ∇ は共変微分、 P^{ij} は応力テンソル $\mathbf{P} = P^{ij}(\partial_i \mathbf{r}) \otimes (\partial_j \mathbf{r})$ の成分を示す。境界条件として、底面で粘着条件、表面で自由表面条件 (スリップ条件) を課す。

ここで \mathbf{P} に対する構成関係式が必要である。ペーストは等方的であるものとして、なるべくスカラーのみで記述される構成関係式を考えよう。緩和時間は単一のスカラーであって、Bingham 的な塑性の式 (9) に従うものとしよう。さらに緩和時間無限大で有限変形の弾性論に帰着し緩和時間ゼロで Navier-Stokes 方程式に帰着するような構成関係式をさがす。これらの要請をすべて満たす式として、Maxwell モデルを自然長の緩和として書き直した式をヒントに、次の構成関係式を採用する：

$$\partial_t g_h^{ij} = -\nu_d g_h^{ij} + \nu_e g^{ij}, \quad \nu_d = \nu(\varepsilon) \quad (25)$$

$$P^{ij} = \bar{p} g^{ij} + G (g^{ij} - g_h^{ij}) \quad (26)$$

ここで g_h は g^h の逆行列を示し、 $\nu(\varepsilon)$ は式 (9) の右辺で与えられるものとする。上のほうの式は、ペーストの粒子間結合の崩壊と再構築をあらわすものと解釈できる。下の式はエネルギー論的な考察から得られる。

さらに、 (x, z) 平面での流れについて、式を具体的に書き下す。計量テンソル g は $X = X(t, \zeta)$ の空間微分を用いて与えられ、自然計量テンソルは $\det g^h = 1$ という条件から

$$g^h = \begin{bmatrix} g_{\xi\xi}^h & g_{\xi\zeta}^h \\ g_{\zeta\xi}^h & g_{\zeta\zeta}^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha} & \beta \\ \beta & (1 + \beta^2)e^\alpha \end{bmatrix} \quad (27)$$

のようにパラメータ表示できる。これらの式を用いて、応力テンソルに対する通常の (x, z) 座標系での表示を具体的に計算する：

$$P = \tilde{p}\mathbb{1} - G \begin{bmatrix} e^\alpha(1 + \tilde{\sigma}^2) - 1 & \tilde{\sigma} \\ \tilde{\sigma} & e^{-\alpha} - 1 \end{bmatrix}_{\text{Cartesian}} \quad (28)$$

ここで $\tilde{\sigma}$ は無次元化された剪断応力で、 $\tilde{\sigma} = \sigma_{xz}/G = e^{-\alpha}X' - \beta$ によって与えられる。こうして支配方程式系を整理すると、最終的に、3 つの変数 $(\alpha, \tilde{\sigma}, U)$ に対する方程式系が得られる：

$$\partial_t \alpha = \nu(\varepsilon) \left(1 - \frac{2e^\alpha}{2 + \varepsilon} \right) \quad (29)$$

$$\partial_t \tilde{\sigma} = e^{-\alpha} \partial_\zeta U - \nu(\varepsilon) \tilde{\sigma} \quad (30)$$

$$\partial_t U = \frac{G}{\rho} \partial_\zeta \tilde{\sigma} + G_x \quad (31)$$

ここで $\varepsilon = e^\alpha \tilde{\sigma}^2 + 2(\cosh \alpha - 1)$ である。境界条件としては、速度場に底面で粘着条件を課し、また表面で剪断応力をゼロとする：

$$U|_{\zeta=0} = 0, \quad \tilde{\sigma}|_{\zeta=H} = 0. \quad (32)$$

方程式 (29), (30), (31) の数値解を見る前に、式 (29) から重要な情報が得られる。まず定常な降伏流動について解析的に考察しよう。定常流だから $\partial_t \alpha = 0$ であり、また $\nu(\varepsilon) \neq 0$ でなければならない。このとき

$$e^\alpha = 1 + \frac{1}{2}\varepsilon > 1 \quad \text{つまり} \quad \alpha > 0 \quad (33)$$

となり、 α は正の値をとる。次に、凍結状態では $\nu(\varepsilon) = 0$ となり、したがって α は (凍結状態をこわすほど大きな値でない限り) 任意の値にとどまることができる。さらに、式 (28) より、 $\alpha > 0$ かつ $\tilde{\sigma} = 0$ であるなら、流れ方向に張力となるような法線応力差が生じることが言える。以上のことから、塑性流動によって α が正になり、それがそのまま凍結することによって流れ方向に張力が生じて、それにより乾燥後の亀裂に異方性が生じるという筋書きが可能である。第 1 種 Nakahara 効果では亀裂は流れに垂直に生じるので、流れ方向の張力という筋書きに矛盾しない。

適当にパラメータを設定して数値計算をおこなった結果の一例を図 2 に示す。時間 $0 < t < T_*$ のあいだ一定の外力を与えてペーストを流動させ、そのあと外力をオフにした。塑性流動により生じた $\alpha > 0$ は、外力をオフにした直後にいくらか減衰するが、やがて緩和時間が無限大に発散し、有限の $\alpha > 0$ が凍結されて残る。このことは上記の筋書きが可能であることを示している。

このように、第 1 種 Nakahara 効果は巨視的モデルで説明することが一応可能である。ただし、このことは微視的な構造の形成という描像を必ずしも否定するものではなく、たとえば粒子配置の構造変化が粒子間結合の分布の異方性をもたらし、それが巨視的な変数に反映されるという解

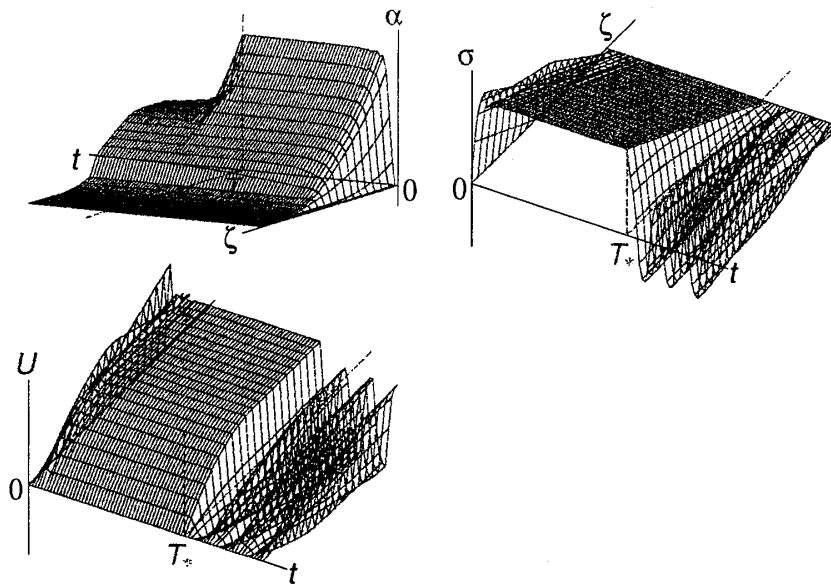


図 2: 方程式 (29), (30), (31) の解の一例。時刻 $t = T_*$ で外力をオフにした。

積もなりたつ。ただし本当にそうであるかどうかは微視的方面からの新たなアプローチを待つ必要があるだろう。

巨視的モデルの枠内で検討すべき課題としては、まずは x 方向の非一様性を扱えるようにすることが必要だろう。これにより、Nakahara 効果のさらにもうひとつの説明である大槻メカニズム [8] との関連を議論できるようになる。さらに空間次元を 2 次元に落としていることの影響も議論する必要があると考えられる。

本稿の内容の一部は関本謙氏との共同研究に基づきます。また、内容の一部について、科学研究費補助金 (若手 B, 課題番号 18740233) の支援を受けました。

参考文献

- [1] A. Nakahara & Y. Matsuo, J. Phys. Soc. Japan. **74** (2005), 1362.
- [2] A. Nakahara & Y. Matsuo, Phys. Rev. E **74** (2006), 045102(R).
- [3] L. D. Landau & E. M. Lifshitz (佐藤常三訳) 「弾性理論」 東京図書 (1972).
- [4] 加藤雅治 「入門 転位論」 裳華房 (1999). ISBN 4-7853-6106-9.
- [5] J. D. Eshelby, *The continuum theory of lattice defects*, Solid State Physics, vol.3, pp.79–144 (Academic Press Inc., New York, 1932).
- [6] Ooshida Takeshi & Ken Sekimoto, Phys. Rev. Lett. **95** (2005), 108301.
- [7] Ooshida Takeshi, 投稿準備中.
- [8] Michio Otsuki, Phys. Rev. E **72** (2005), 046115.